

## Формування нових ідей в галузі небесної механіки в Інституті математики НАН України (1920 – 1939)

*«... истинная цель небесной механики состоит не в вычислении эфемерид ..., а в том, чтобы убедиться, достаточно ли закона Ньютона для объяснения всех явлений.»*

Анрі Пуанкаре

Піонерські спроби побудови сучасної картини Всесвіту, в якій крім сил тяжіння діють електромагнітні сили, були зроблені в Інституті математики Української академії наук. У 20-х роках минулого століття академік Д.О. Граве з учнями провів дослідження впливу електричних і магнітних сил на рух планет Сонячної системи. Стаття присвячена розповіді про результати цих мало відомих досліджень.

1. Сучасна наука про космос увібрала в себе мабуть всі знання, набуті людством. Після споглядальних міфологічної та античної картин світу багаточисленні астрономічні спостереження надали змогу встановити геліоцентричну систему (М. Коперник, 1543) і закони руху планет (Й. Кеплер, 1619), що у свою чергу разом з механікою Галілея-Ньютона дозволило отримати закон всесвітнього тяжіння (1687) і механічну модель Всесвіту, в якій між всіма тілами діють тільки сили тяжіння.

Два століття в подальшому працями Ейлера, Лагранжа, Лапласа та багатьох математиків і астрономів створювалися теорії руху Місяця і усіх відомих тоді планет у рамках вихідного закону тяжіння. При цьому продовжувалися спроби проникнути у фізичну суть закону із залученням всіляких гіпотез і з використанням останніх досягнень науки (теорії електрики, теорії відносності). Тільки з появою висотних ракет (1946), супутників (1957) та міжпланетних станцій (1959)



Христіан Біркеленд (Kristian Olaf Bernhard Birkeland)(1867–1917).



Карл Штермер (Fredrik Carl Mülertz Stormer) (1874–1957).

почалося реальне вивчення верхніх шарів атмосфери і навколоземного простору [28]. Одержані при цьому експериментальні дані підтвердили першу з гіпотез (1916) про сонячний вітер із заряджених часток, яка пояснила природу північних сяїв (Біркеленд-Штермер).

Виявилися справедливими основні положення про електричну гіператмосферу Д.О. Граве. Застосування новітніх досягнень фізики

елементарних частинок і теорії ядра для опису процесів у космосі та впливу електричних і магнітних сил на рух планет дозволили створити фундамент нової моделі Всесвіту — космічну електродинаміку і магнітну гідродинаміку (Х. Альфен) [29]. У 20-ті роки минулого століття, ще задовго до вирішальних експериментів, група дослідників Інституту математики на чолі з академіком Д.О. Граве зробила перші успішні спроби дати математично обгрунтовані моделі аномальних явищ в русі планет Сонячної системи і описала можливу роль електромагнітних сил у космосі. Серед публікацій присвячених цим дослідям [1–27] далі використовується, головним чином, підсумкова праця Д.О. Граве [13].



Дмитро Олександрович Граве (1863–1939).

2. На початку 20-го ст. виникають перші державні науково-дослідні математичні установи. 8 березня 1920 р. загальні збори Української академії наук (УАН) одногосно обирають дійсним академіком УАН Дмитра Олександровича Граве (1863–1939), одного із організаторів академії, і доручають йому якнайшвидше організувати Математичний інститут УАН. У квітні Інститут, незважаючи на всі негаразди, розпочав свою діяльність.

Слід зауважити, що головний принцип, покладений в основу діяльності УАН, — була її прикладна спрямованість. Д.О. Граве — вихованець математичної школи П.Л. Чебишова, сподвижник В.І.



Ханнес Альфвен (Hannes Olof Gosta Alfvén) (1908–1995).

Вернадського, вчений енциклопедичних знань, визнаний засновник алгебраїчної школи Росії і СРСР, — заклав фундамент наступних досягнень Інституту математики НАН України у галузі теоретичної та прикладної математики. З 1920 по 1939 роки в Інституті математики були проведені перші дослідження у напрямках, які у другій половині 20 ст. врешті-решт сформувалися як космічна фізика та космічна балістика, з вивченням космічного простору і траєкторій космічних апаратів. У цей же час в Інституті виконувалися теми з оборонної тематики, зокрема тема з зовнішньої балістики.

У перші роки існування Інституту Д. О. Граве націлив своїх учнів і співробітників на розв'язання математичних задач, пов'язаних з дослідженнями фундаментальних проблем будови Всесвіту, електродинаміки, релятивістської і квантової механіки та їх застосувань. Це вимагало високого професійного рівня і постійного знайомства з останніми досягненнями у цих галузях науки і техніки. Тому робота в Інституті була зосереджена у постійно діючому семінарі (три рази на тиждень), на якому доповідались результати кожного співробітника і обговорювалися новини теоретичної і експериментальної астрономії, нової фізики.

У 1921–1922 рр. ці роботи проводилися у комплексній Лабораторії експериментальних досліджень з натуральної філософії. На жаль, майже не залишилось матеріалів про діяльність Лабораторії. Найбільш повний опис Лабораторії наведено у монографії В. М. Урбанського [27]. Сам Граве ситуацію з Лабораторією описував таким чи-

ном:

«В заседании Второго Отделения Украинской Академии Наук от 13.V.1921 (протокол 88, § 1166, 1246) было постановлено по моему докладу возможно скоро устроить «Лабораторию для экспериментальных исследований по натуральной философии». Натуральную философию я понимал в английском смысле слова, как механику и математическую физику.

Вопрос об этой лаборатории всплыл еще раз в 1926 году, причем проектируемая лаборатория получила название «астрономическая радиолaborатория», ибо я желал в самом названии указать, чем я предполагаю заниматься.

Эти предположения до сих пор не осуществлены. В намечаемой мною области прежде всего надо осуществить нечто подобное тому, что сделал Gauss для земного магнетизма: надо развить теорию, придумать приборы» ([13], с. 366).

З трьох напрямків досліджень, запланованих у Лабораторії, — макроскопічного, мікроскопічного і біологічного, — вдалося розвинути перший, зосереджений на вивченні процесів у космічному просторі.

Ще у студентські роки Граве почав займатися астрономією, працюючи у Пулковській обсерваторії, і надалі продовжував співробітництво з багатьма вітчизняними та зарубіжними астрономами. Саме заняття астрономією, особливо праця в обсерваторії, дозволили йому зрозуміти фундаментальне значення експерименту і стати у подальшому ініціатором досліджень з природознавства та створення академічної обсерваторії в Академії. На жаль, обсерваторія була відкрита лише у 1944 році, довелося користуватися університетською обсерваторією і акцент робити на теоретичних дослідженнях.

На початку наукової діяльності Д. О. Граве присвятив свою магістерську дисертацію основній проблемі класичної небесної механіки — проблемі трьох тіл. Тут він встановив, які інтеграли цієї проблеми не залежать від закону дії сил між тілами [1]. Цього ж року (1896) з'явилась перша теорія, яка пояснювала північні сьйва взаємодією потоку заряджених часток, що їх, можливо, випромінює Сонце, з магнітним полем Землі.

У 20-ті роки Граве разом з учнями почав створювати нову небесну механіку, в якій між космічними тілами, окрім гравітаційних сил, діють сили електромагнітні. Одержані при цьому результати, незважаючи на те, що вирішальні експерименти були отримані тільки через 30 років (головним чином за допомогою ракет), виявились у

більшості справедливими.

Провідними дослідниками у групі Граве, яка фактично розробляла нову математичну модель Всесвіту, були молоді вчені Юрій Дмитрович Соколов (1896–1971) і Вадим Євгенович Дяченко (1896–1954).



Юрій Дмитрович Соколов (1896–1971).

Ю. Д. Соколов після закінчення Київського університету (1921 р.) почав свою багаторічну плідну наукову діяльність в УАН. Витоки її було закладено у семінарах Граве. Він був найближчим помічником і співробітником у багатьох починаннях, здійснюваних Граве, брав участь в астрономічних спостереженнях, у роботі Лабораторії і, нарешті, у спільних розробках ряду теоретичних і прикладних питань. Перші результати, отримані Ю. Д. Соколовим у зв'язку з розв'язуванням задачі про рух матеріальної точки, що притягується до нерухомого центру і знаходиться у стані вимушених коливань, показали його наукову самостійність і зрілість. Значний внесок Соколовим зроблено в якісну та аналітичну теорію диференціальних рівнянь. Досягнення Ю. Д. Соколова у розв'язанні класичної задачі трьох тіл увійшли в його докторську дисертацію «Про умови загального зіткнення трьох тіл, що взаємно притягуються за законом Ньютона» (1929). У 1939 р. він був обраний членом-кореспондентом АН УРСР.

У 1951 р. в Інституті математики була заснована серія «Монографії Інституту математики». Першим випуском серії стала робота Ю. Д. Соколова «Особые траектории системы свободных материальных точек», де було підведено підсумки його досліджень з проблеми трьох тіл. Дослідження стосувалися найбільш складної частини проблеми, пов'язаної з задачами вивчення так званих особливих траєкторій руху космічних тіл. Ці задачі вимагали розробки нових методів. Ю. Д. Соколов, зокрема, узагальнив оцінки і теореми Пуанкаре, Веєрштраса, Пенлеве, Зундмана, Шазі. Результати Ю. Д. Соколова стали класичними і знайшли застосування у космічній балістиці при розрахунках траєкторій міжпланетних станцій. Одним з визначних досягнень тут слід відзначити успішний дванадцятилітній політ зонда «Розетта» на зустріч з кометою Чурюмова-Герасименка. Після чотирьох гравітаційних маневрів біля Землі і Марса зонд вийшов на розрахункову траєкторію, дістався комети, став її супутником, здійснив м'яку посадку апарата «Філі» і тим самим забезпечив виконання наукової програми експедиції.



Вадим Євгенович Дяченко (1896–1954).

В. Є. Дяченко — вихованець Морського корпусу, з 1919 по 1921 рік служив у штабі Дніпровської військової флотилії. За клопотанням Граве Дяченко був відряджений з флоту в УАН. У 1927 р. він закінчив аспірантуру і у 1928 р. став науковим співробітником. Перші його

роботи, виконані під впливом Граве, пов'язані з теорією відносності, електронною оптикою, планетною механікою. У застосуванні цих теорій в небесній механіці та електронній мікроскопії В. Є. Дяченко отримав оригінальні і важливі результати [25, 26]. Він очолював групу в Інституті фізики, яка створювала електронний мікроскоп, розробляв методику проектування та методи розрахунку електронних лінз. З 1946 р. В. Є. Дяченко займався розробкою ефективних методів обчислювальної математики, методів електромоделювання для розв'язання задач математичної фізики, а також конструюванням обчислювальних приладів і машин.

3. З самого початку основною математичною проблемою небесної механіки стала проблема  $n$  тіл, яка полягає у розв'язуванні системи диференціальних рівнянь, що описують рух  $n$  тіл під дією гравітаційних сил. Виявилося, що скласти математичну модель відносно просто, а знайти її точний розв'язок можливо тільки у виключних, найпростіших випадках. Наприклад, при вивченні руху двох тіл ( $n = 2$ ), а також при  $n = 3$ , коли одне тіло має скінченну масу, а два інші майже нульової маси. Також було встановлено, що труднощі загальної проблеми зосереджені і в проблемі при  $n = 3$ . Тому усі зусилля астрономів і математиків були спрямовані на розробку наближених методів пошуку розв'язку саме проблеми трьох тіл. Ці дослідження стали головним джерелом ідей і методів у математиці з 18 ст., сприяли появі таких її нових розділів, як топологія, якісна теорія диференціальних рівнянь, теорія динамічних систем, теорія стійкості руху, остаточно становлення яких завершилось у 20 ст. Та головне, вони сприяли створенню широкого спектру чисельних та наближених методів розв'язування диференціальних рівнянь.

Класичний період небесної механіки завершується трьома томами праці «Нові методи небесної механіки» (1899) Анрі Пуанкаре (1854–1912), з ім'ям якого пов'язані основоположні ідеї згаданих вище нових розділів математики.

Та ще до свого виникнення чисто гравітаційна картина Всесвіту зустрілася з явищами, які неможливо було пояснити тільки за допомогою сил тяжіння. У 1610 р. завдяки появі телескопів були відкриті рухливі плями на Сонці, а далі була встановлена 11-річна періодичність максимуму кількості цих плям і така ж періодичність збурень геомагнітного поля.

Крім того, завдяки більш точним вимірюванням параметрів траєкторій руху планет виявилося їх неспівпадіння з розрахунковими. Не



було можливості пояснити поведінку деяких комет тільки дією сил тяжіння.

«В XIX столетии, когда улучшились как приемы вычислений небесной механики, так и точность наблюдений практической астрономии, обнаружилось несколько расхождений между вычислениями и наблюдениями, которые нельзя было приписать возможным ошибкам тех и других. Эти расхождения следующие.

Вековое возмущение в движении перигелия Меркурия по наблюдениям было  $574''$  (сек. дуги) в столетие, а по вычислениям только  $533''$  причем разница в  $41''$  не имела объяснения. Следующее по величине расхождение замечено в долготе восходящего узла Венеры и равняется  $-10''$  в столетие. Кроме этих расхождений значительно меньшие встречаются в элементах Земли и Марса» ([13], с. 352).

Слід особливо підкреслити, що математики зробили не тільки теоретичний внесок у розв'язання цих проблем і у вивчення впливу космосу на земні явища, але й брали безпосередню участь у відповідних експериментальних дослідженнях. Так, Ф. В. Бессель (1786–1846, директор Кенігсбергської обсерваторії) одним з перших висловив гіпотезу про вплив електричних сил на рух і форму комет. Творець сучасної метеорологічної бази вимірювання магнітного поля Землі — К. Ф. Гаус (1777–1855, директор Геттінгенських астрономічної і магнітної обсерваторій) — автор математичної теорії цього поля, експериментально довів космічне походження варіацій земного магнетизму. Спостереження підтвердили ці припущення про існування у космічному просторі негравітаційних сил.

Подальші покоління математиків продовжили традицію Гауса. Коли виникла перша теорія північних сьйів із порівняння цього явища з електричним розрядом (Біркеланд, 1896), професор університету Осло К. Ф. Штермер (1874–1957) теоретично розвинув гіпотезу, що саме потік заряджених частинок, так званий «сонячний вітер», є причиною збурень магнітного поля Землі і полярних сьйів, склав рівняння руху частинок сонячного вітру при їх взаємодії з магнітним полем Землі і запропонував чисельний метод його розв'язування (широко відомий метод Штермера). Як і Гаус, Штермер винаходив і сам виготовляв необхідні прилади, за допомогою яких він, зокрема, виміряв висоту північного сьйива.

Д. О. Граве підтримував тісний контакт із Штермером, обговорюючи з ним фізичні і математичні питання, особливо пов'язані з числовим розв'язанням відповідних диференціальних рівнянь. У 1916 р.

академік-кораблебудівник О. М. Крилов удосконалив числовий метод Штермера (пов'язавши його з методом Адамса). У 1926 р. за пропозицією Граве Штермера було обрано іноземним членом УАН.

Оцінюючи внесок Штермера у теорію полярних сьйв, Граве писав:

«По этой теории солнце посылает в пространство громадное число, как чистых отрицательных электронов (лучи  $\beta$ ), так и частиц ионизированной материи (лучи  $\alpha$ ). Эта электрическая субстанция, попадая на близкое расстояние от земли, увлекается магнитным полем земли и падает в земную атмосферу в областях близких к магнитным полюсам земли.

С. Stormer работает уже более 20 лет над изучением северных сияний, причем им проделан громадный труд, как в математической теории движения падающих электронов, так и в систематическом наблюдении над сияниями ... .

Талантливый математический анализ Stormer'a дал прекрасное изображение качественной стороны явления. Выяснилось, почему электроны падают вблизи полюсов, почему северное сияние имеет часто вид занавеса т. п. Из переписки со Stormer'ом я узнал, что при северном сиянии играют роль как  $\beta$ , так и лучи  $\alpha$ , причем в каждом определенном сиянии можно выяснить характер лучей» ([13], с. 349).

З аналізу та обговорення експериментів і теоретичних робіт норвезького вченого Граве робить висновки про їх можливе застосування та поширення не тільки на Сонячну, але і на всі зоряні системи, завдяки використанню в небесній механіці принципів і методів електродинаміки, проведенню широкого спектру експериментів з вимірювання радіовипромінювання:

«Итак, по этой теории небесная механика принимает совершенно новый характер. Вместо пустого безмолвного пространства мы имеем пространство, в котором циркулируют по всем направлениям электроны и протоны, ибо несомненно, что не одно солнце посылает их в пространство, а также и все горячие тела, какими являются неподвижные звезды ... .

Пространство заполнено также всевозможными колебательными процессами: световыми, тепловыми, а также и герцевскими, так что является возможным применять для изучения происходящих в нем электрических процессов приемы радиотехники.

Указанное изменение представления о характере междупланетного пространства должно отразиться на изменении взглядов и вычислений небесной механики. Дело становится гораздо сложнее. К зако-

ну всемирного тяготения, единообразному во всем мироздании, присоединяются еще электромагнитные силы, изменяющиеся неправильным образом в связи с чисто случайными изменениями эманации» ([13], с. 349, 350).

Зважаючи на ймовірне існування у космосі електромагнітних полів, саме Граве зробив одну з перших спроб пояснити розбіжність теоретичних розрахунків за класичною теорією із спостереженнями впливом електричних і магнітних сил. Влітку 1926 року він разом з учнями обчислив параметри орбіт Меркурія і Венери з урахуванням електричних зарядів планет.

«Результаты вычислений оказались очень утешительными в качественном отношении, ибо все поправки в элементах четырех ближайших к солнцу планет получились правильно как по знакам, так и по их относительной величине. Слабой стороной анализа оказались слишком большие электрические заряды планет ...»

Важно отметить, что наибольшие коэффициенты получились там, где нужно, т. е. как раз при неравенствах перигелия Меркурия и узлов Венеры ... » ([13], с. 353, 358).

Спроби отримати кількісні значення відповідних аномалій привели до нереальних по величині зарядів планет та вибору нової гіпотези про механізм впливу Сонця на їх рух.

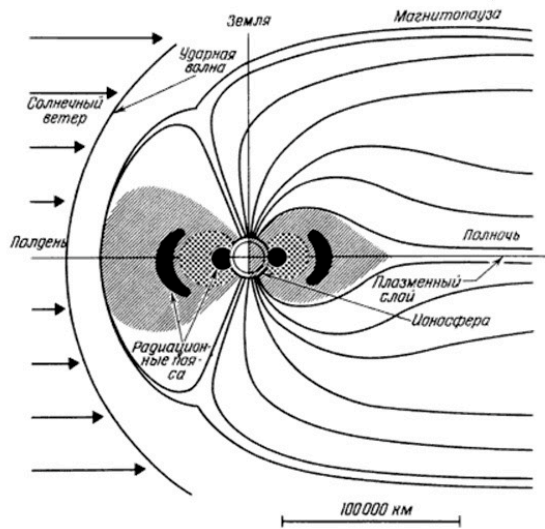
«Несомненно, что большие заряды планет заставляют отказаться только от гипотезы индуктивного влияния Солнца, но не вообще от электромагнитной гипотезы ...»

Мы находимся перед явлением не индукции, а конвекции. Солнце посылает в пространство тучи электронов, которые уже на близком расстоянии от планеты производят на нее пондеромоторное и другие влияния.»

Для реалізації нової гіпотези Граве вводить поняття навколоземної області, в якій відбувається взаємодія сонячного вітру насамперед з магнітним полем Землі:

«... Я ввел новое понятие о, так называемой, электрической гиператмосфере. Под этим термином я понимаю ту часть пространства электромагнитного поля, окружающего планету, которая обнаруживает заметное влияние на ее движение и на разные физические явления на ней.

Пространственно гиператмосфера перемещается вместе с планетой, субстанциально она постоянно изменяется, ибо ее пересекают



**Рис 1.** Магнітосфера Землі (електрична гіператмосфера за Д.О. Граве) — область взаємодії сонячного вітру з геомагнітним полем.

все новые и новые частицы электричества.

Необходимо так или иначе подсчитать пондеромоторное действие на планету ее гиператмосферы» ([13], с. 358).

«Самым важным является вычисление пондеромоторных действий земной гиператмосферы на Землю, при этом не столько важна сама величина этих действий, сколько ее, так сказать, порядок.

Для получения этого результата естественно воспользоваться теорией земного магнетизма. Тут мы имеем богатый столетний запас наблюдений, произведенных при помощи приемов исследования указанных и развитых еще Gauss'ом.»

«Итак, на основании всего сказанного у меня сложилось убеждение, что на основании изучения вариаций земного магнетизма возможно вычислить величину пондеромоторного влияния гиператмосферы на Землю.

Но таким путем нельзя будет следить за движениями электрических масс в самой гиператмосфере. Для изучения динамики гиператмосферы единственным путем остается применение приемов радио-

техники ...

В намечаемой мною области прежде всего надо осуществить нечто подобное тому, что сделал Gauss для земного магнетизма: надо развить теорию, придумать приборы и выработать приемы наблюдения, одним словом, надо положить основы новой науки» ([13], с. 366).

Гіпотеза Граве про будову навколоземного простору (гіператмосферу) справдилася. Ця область на початку 60-х років отримала назву «магнітосфера».

Порівнюючи свої оцінки із розрахунками за допомогою інших теорій, Граве зокрема відзначав: «... теория Einstein'a бессильна объяснить невязку в узлах Венеры, необходимо, чтобы возмущения в узлах Венеры были проведены систематически по одной только теории Einstein'a, чего до сих пор не сделано ... » ([13], с. 360).

«... Я укажу прежде всего, что токи в верхних слоях атмосферы, существование которых несомненно, по моей теории объясняются естественным путем, как результат бомбардировки земной атмосферы солнечными электронами. Чтобы показать насколько просто объясняется по моей теории вся общая картина явлений земного магнетизма, я возьму главнейшие характерные стороны этой картины в изложении самого Gauss'a ... »

Несомненно, что настоящая причина лежит в поле летящих от солнца к земле электронов, которое поворачивается вместе с Солнцем по отношению к месту наблюдателя.

По моей гипотезе можно предполагать, что вблизи Земли пути летящих электронов параллельны прямой соединяющей Солнце и Землю. Вследствие малых размеров земли по сравнению с размерами гиператмосферы можно пренебречь узкой полосой сзади Земли и можно считать, что однородное электрическое поле не встречает от Земли препятствия в своем распространении.

... Картина с моей точки зрения совершенно ясна. Происходит мгновенное сильное возмущение, когда пролетает мимо Земли сгусток электронов или протонов в виде гигантской тучи.

Когда подобная туча ударяет в землю, то происходят северные сияния, магнитные бури и стрелка компаса беспорядочно движется в разные стороны» ([13], с. 352, 363, 366).

Результати з нової небесної механіки Граве і його учнів широко були представлені у наукових виданнях Академії, а також обговорю-

вались на Загальних Зборах УАН і фізико-математичного Відділення [34–50], на Другому Всесоюзному математичному з'їзді [26]. Граве знайомив з ними відомих європейських астрономів і математиків. Від багатьох з них він одержав схвальні відгуки. Так, крім плідних контактів з норвезьким ученим К. Штермером, Граве спілкувався із шведським астрономом Боліним та професором Римського університету Тулліо Леві-Чівіта [13].

Цікаво відмітити, що, використовуючи останні тогочасні здобутки фізики, астрономії, математики, створюючи нову модель космосу, Граве ділився з широкою громадськістю своїми роздумами про майбутнє людства і можливостями використання енергії із космосу [17, 18].

Звичайно, не всі припущення і твердження Д. О. Граве витримали іспит часом. І не дивно, бо тільки у 50-х роках 20-го ст., коли почалися дослідження навколосемного простору за допомогою експериментальних висотних ракет, супутників Землі і міжпланетних автоматичних станцій, була остаточно встановлена структура атмосфери Землі, будова її космічного околу, а також механізм взаємодії геомагнітного поля з електромагнітними космічними і сонячними полями. Тому гідні поваги ті прозріння та досягнення, які здобули Д. О. Граве з учнями в умовах обмеженої інформації, користуючись математичними методами та фізичною інтуїцією.

- [1] *Grave D. A.* Sur le problème de trois corps // *Nouv. Annales de mathem.*, 1896. — **15**. — P. 537–547.
- [2] *Граве Д. А.* Основные законы движения // *Изв. Екатеринославского горного института*. — Екатеринослав: 1924. — **XIV**.
- [3] *Grave D. A.* Über der Zusammenhang zwischen Astronomie, Meteorologie und Botanik // *Зап. фіз.-матем. відділу ВУАН*. — Київ, 1925. — **I**, вип. 3. — С. 53–55.
- [4] *Grave D. A.* Über ein Poincaresches Problem. — Там же. — С. 57–59.
- [5] *Grave D. A.* Über die elektromagnetischen Grundlagen der Mechanik. — Там же. — С. 84–90.
- [6] *Граве Д. О.* Електромагнітні сили в сонячній системі // 36. математично-природописно-лікарської секції Наукового товариства ім. Шевченка. — Львів; 1925. — **XXIII–XXIV**. — С. 43–46.
- [7] *Grave D. A., Sokolov U. D.* Sur le mouvement du perihelie de Mercure // *Труди фіз.-матем. відділу ВУАН*. — К.; 1926. — **V**, вип. 1. — С. 1–11.

- [8] *Граве Д. О.* Теорія відносності в історичній перспективі // Зб. істор.-філолог. відділу ВУАН (Ювіл. збірник на пошану акад. Д. Багалія). — № 51, ч. 1. — К., 1926. — С. 220–237.
- [9] *Grave D. A.* Über die electromagnetisch Erscheinungen im Sonnensysteme // Зап. фіз.-матем. відділу ВУАН. — К., 1927. — II, вип. 2. — С. 9–12.
- [10] *Граве Д. А.* По поводу магнитных аномалий // Доклады АН СССР. — Л., 1928. — № 16–17. — С. 316–318.
- [11] *Граве Д. А.* Оценка влияния электрической гипертатмосферы на земной магнетизм. — Там само. — № 22.
- [12] *Граве Д. А.* Электрическая гипертатмосфера и земной магнетизм // Изв. АН СССР, сер. VII, отд. физ.-матем. наук. — Л., 1928. — № 4–5. — С. 347–366.
- [13] *Граве Д. А.* Принципы механики // Вестник Коммунистической академии. — М., 1928. — XXVII.
- [14] *Grave D. A.* Les nouveaux principes de la mecanique celeste // Труды фіз.-матем. відділу ВУАН. — К., 1929. — IX, вип. 4. — С. 325–335.
- [15] *Граве Д. О.* Теоретична механіка на основі техніки. — Харків-К.: Державне вид-во України, 1930. — 394 с.
- [16] *Граве Д. О.* Математика та її застосування // Журн. матем. циклу ВУАН. — К., 1931. — 1, 1. — С. 3–14.
- [17] *Граве Д. А.* Как устроена вселенная. Популярный очерк. — Государственное изд-во Украины, 1923. — 59 с.
- [18] *Граве Д. А.* Междупланетное пространство, как источник электрической энергии. — Коммунист. — 19.05.1921.
- [19] *Соколов Ю. Д.* До Дюферінгового методу чисельного інтегрування диференціальних рівнянь // Бюл. Ін-ту шкір. пром-сті. — К., 1934. — № 1.
- [20] *Соколов Ю. Д.* Про загальний співудар в симетричному випадку задачі трьох тіл // Журнал Ін-ту математики ВУАН. — 1934. — № 1. — С. 27–34.
- [21] *Соколов Ю. Д.* Про співудар в зближеній задачі трьох тіл, що обопільно притягаються (або відштовхуються) пропорціонально їхнім масам і якійсь функції відповідного віддалення. — Там само. — № 3/4. — С. 133–156.
- [22] *Соколов Ю. Д.* Про деякі особливості задачі трьох тіл // Журнал Ін-ту математики ВУАН. — К., 1935. — № 1. — С. 107–118.
- [23] *Соколов Ю. Д.* Про особливі траєкторії в задачі трьох тіл, що обопільно притягаються пропорціонально їхнім масам і якійсь функції відповідного віддалення. — Там само. — № 3/4.

- [24] *Соколов Ю. Д.* Особые траектории системы свободных материальных точек // Изд-во Ин-та математики АН УССР. — К., 1951. — 126 с.
- [25] *Дяченко В. Є.* Обчислення поправок руху вузлів планети Венери за теорією релятивності // Журнал Ін-ту математики ВУАН. — К., 1934. — № 2. — С. 93–94.
- [26] *Дяченко В. Є.* Новый метод релятивистских поправок в задачах планетной механики // Труды Всесоюзного математического съезда. — 2. — К., 1936. — С. 365–378.
- [27] *Урбанский В. М.* Дмитрий Граве и время. — К.: Наукова думка, 1998. — 272 с.
- [28] Бойд Р. Л. Ф., Ситон М. Дж. Ракетные исследования верхней атмосферы. — М.: Изд-во иностранной литературы, 1957. — 416 с.
- [29] *Альвен Г., Фельтхаммар К.-Г.* Космическая электродинамика. — М.: Мир, 1967. — 260 с.
- [30] Історія Національної Академії наук України (1924–1928): Документи і матеріали. — К., 1998. — 762 с.
- [31] Історія Національної Академії наук України (1929–1933): Документи і матеріали. — К., 1998. — 542 с.
- [32] Історія Національної Академії наук України (1934–1937): Документи і матеріали. — К., 2003. — 832 с.
- [33] Історія Національної Академії наук України (1938–1941): Документи і матеріали. — К., 2003. — 920 с.

**Доповіді, що були заслухані на загальних зборах II (фізико-математичного) Відділу УАН\* [30-33].**

- [34] *Граве Д. А.* Об основании приемной станции для электромагнитных колебаний (1924).
- [35] *Граве Д. О.* Взаємовідносини між астрономією, метеорологією та ботанікою (1925).
- [36] *Граве Д. О.* Електромагнітні основи механіки (1925).
- [37] *Граве Д. О.* Про застосування теореми Коші–Пікара до рівняння руху  $n$  тіл (1925).
- [38] *Граве Д. О.* Про нижчу границю радіусів збіжності і розкладів координат у задачі трьох тіл (1925).
- [39] *Граве Д. О.* Про досліди В. Є. Дяченка, що можуть мати деякі застосування в астрономії та фізиці (1925).
- [40] *Граве Д. О.* Про задачу Пуанкаре (1925).



- [41] *Граве Д. О.* Про вплив сонячних плям на смертність за закордонною пресою (1927).
- [42] *Граве Д. О.* Про нову працю Stormera «An effect of sunlight on the altitude of aurora rays» (1927).
- [43] *Граве Д. О.* Про працю Ю. Д. Соколова «Умови співудару трьох тіл, що обопільно притягаються за законом Ньютона» (1927).
- [44] *Граве Д. О.* Про роботу Stormera «Resultats des mesures photogrammetriques auroresporeales observees dans la Norvege meridionale 1911–1922» (1927).
- [45] *Граве Д. А.* Электромагнитные силы в солнечной системе (1927).
- [46] *Граве Д. О.* Нові досліді акад. К. Штермера про луну радіохвиль, у зв'язку з теорією північних сьйв (1929).
- [47] *Дяченко В. Є.* Про статистичні теорії сучасної фізики (1930).
- [48] *Дяченко В. Є.* Принцип невизначеності Гайзенберга (1931).
- [49] *Дяченко В. Є.* Проблема турбулентного руху (1931).
- [50] *Дяченко В. Є.* Сучасна геометризація фізики (1931).

*І. О. Луковський, М. О. Пустовойтов*