

## Поведінка конструкцій з рідиною на маятниковому підвісі при сейсмічному збуренні руху

*О. С. Лимарченко, О. О. Нефьодов*

*Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ;  
olelim2010@yahoo.com*

A mathematical model of motion of a reservoir partly filled a liquid is considered to examine the mechanical system behavior under seismic loads. For a part of degrees of freedom (associated with translational motions) is treated as kinematic perturbations of the tank but for another one (angular tank motions) is coupled coupled with the liquid sloshing. The analytically-constructed nonlinear model of the coupled motions is illustratively applied to several cases of kinematic and dynamic excitations. For different lengths of the pendulum suspension of the reservoirs and in the case of their translational motions, we analyze the surface wave patterns, the hydrodynamic force and moment. For the case of the NPP Fukushima (Japan) earthquake, we estimate the applicability limits of the pendulum suspension as a tool for mitigation of the structural safety of constructions containing a liquid.

Розглянуто математичну модель руху резервуару з рідиною з вільною поверхнею, орієнтовану на дослідження поведінки конструкції при сейсмічних навантаженнях. При цьому за частиною ступенів вільності системи (параметри поступального руху) розглядається система кінематичних збурень, а за параметрами кутового руху системи — сумісний рух складових елементів. Аналітично побудована нелінійна модель сумісного руху була протестована на декількох прикладах кінематичного і динамічного збурень руху. Для різних довжин маятникового підвісу конструкції і граничного випадку поступального руху системи проаналізовано зміну поверхневих хвиль, силового і моментного відгук рідини. На прикладі землетрусу АЕС Фукусіми (Японія) показано межі ефективності використання маятникового підвісу конструкції як засобу сейсмозахисту конструкцій з рідиною.

## 1 Вступ

Інженерні конструкції з рідиною часто містять екологічно шкідливі компоненти і знаходяться на малій відстані від відповідальних конструкцій транспортних і енергетичних систем. Зокрема, резервуари зовнішнього аварійного охолодження реакторів АЕС знаходяться поруч з реактором і важливими комунікаціями. Однією з задач підвищення надійності і безпеки АЕС є вдосконалення конструкції системи аварійного охолодження з метою забезпечення її надійної роботи при сейсмічних навантаженнях.

Математична модель поведінки конструкції системи охолодження ґрунтується на двох основних факторах. У систему конструктивно вносяться нові ступені вільності – можливість здійснення кутового руху конструкції, яка реалізується шляхом внесення маятникового підвісу. При цьому поступальний рух системи розглядається як заданий (переміщення земної поверхні), а кутовий рух системи розглядається у рамках моделі сумісного руху рідини і резервуару. Передбачається, що частина енергії піде на квазітвердий кутовий рух конструкції з рідиною, що має зменшити амплітуди хвильового руху рідини і зсувні зусилля.

Відомо, що при кутових рухах системи резервуар – рідина її динамічні властивості суттєво залежать від довжини маятникового підвісу. Це обумовлено тим, що наявність маятникового підвісу в залежності від його довжини змінює не лише величини власних частот системи, а й навіть черговість їхнього розташування [1, 2].

Метою дослідження є аналіз ефективності використання маятникового підвісу як засобу підвищення сейсмостійкості конструкцій з рідиною і вибір діапазону довжин маятникового підвісу системи, де найбільше проявляється ефективність запропонованого засобу.

## 2 Математична модель системи

Математична модель системи створена на основі моделі, запропонованої у [1], яка відповідає руху системи з  $N + 6$  ступенями вільності, де  $N$  – кількість форм коливань вільної поверхні рідини, які беруться до уваги; квазітвердий рух конструкції має 6 ступенів вільності. Ця модель побудована на основі варіаційного методу і була протестована на великій кількості задач про перехідний і усталений рух системи. При цьому в розробленому підході використовувалися моделі,

які враховують від 10 до 50 форм коливань вільної поверхні рідини. Результати, одержані на основі цього підходу, добре узгоджуються на якісному рівні з результатами, одержаними на основі експериментальних методів і розрахункових систем на основі МСЕ [4, 7, 8].

Особливістю математичної моделі конструкції з рідиною, яка здійснює заданий поступальний рух, є скорочення кількості ступенів вільності на три (за рахунок параметрів поступального руху, які тепер вважаються заданими). В амплітудних параметрах хвильового руху рідини  $a_i$ , параметрах поступального руху конструкції  $\varepsilon_i$  і параметрах кутового руху конструкції  $\alpha_i$  математична модель системи набуває такого вигляду

$$\begin{aligned}
& \sum_i \ddot{a}_i \left( \delta_{ir} + \sum_j a_j A_{rij}^3 + \sum_{j,k} a_j a_k A_{rijk}^4 \right) + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{s=1}^3 \ddot{\alpha}_s \left[ \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_s} \left( E_{pr}^{1*} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \sum_i a_i E_{pri}^{2*} + \sum_{i,j} a_i a_j E_{prij}^{3*} \right) \right] = -k_r \dot{a}_r + \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j C_{ijr}^3 \\
& \quad + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k C_{ijk}^4 + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p,s=1}^3 \omega_p \omega_s \left( E_{psr}^2 + 2 \sum_i a_i E_{psir}^3 \right) \\
& \quad + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p=1}^3 \omega_p \left[ E_i \dot{a}_i \left( E_{pir}^{2*} - E_{pri}^{2*} \right) + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j \left( E_{pijr}^{3*} - E_{prij}^{3*} \right) \right] \\
& \quad - \frac{1}{\alpha_r^v} \ddot{\varepsilon} \cdot \left( \vec{B}_r^1 + \sum_i a_i \vec{B}_{ri}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \vec{B}_{rij}^3 + \sum_{i,j,k} a_i a_j a_k \vec{B}_{rijk}^4 \right) \\
& \quad + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p=1}^3 \omega_p^{(k)} \left( E_{pr}^{1*} + \sum_i a_i E_{pri}^{2*} \right) + \dot{\varepsilon} \cdot \left( \sum_i \dot{a}_i \vec{D}_{ir}^2 + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j \vec{D}_{ijr}^3 \right. \\
& \quad \left. + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i a_j a_k \vec{D}_{ijk}^4 \right) + \frac{1}{2\alpha_r^v} \dot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \omega_p \left( \vec{F}_{pr}^2 + 2 \sum_i a_i \vec{F}_{pir}^3 \right. \\
& \quad \left. + 3 \sum_{i,j} a_i a_j \vec{F}_{pijr}^4 \right) + \frac{\alpha_r^c}{\alpha_r^v} g (\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_3) \\
& \quad - \frac{\alpha_r^s}{\alpha_r^v} g (\sin \alpha_1 \cos \alpha_3 + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3) - \frac{N_r}{\alpha_r^v} g \cos \alpha_1 \cos \alpha_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\sigma}{\rho\alpha_r^v} \left[ \lambda_r \cos \theta_1 + \varkappa_r^2 N_r a_r - \frac{1}{4} \sum_{i,j,k} \left( \delta_{ijk}^4 + \delta_{rij}^4 \right) a_i a_j a_k \right]; \quad (1) \\
 & \sum_i \ddot{a}_i \left[ \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left( \vec{E}_{pi}^{1*} + \sum_j a_j \vec{E}_{pij}^{2*} + \sum_{i,k} a_j a_k \vec{E}_{pijk}^{3*} \right) \right] \\
 & + \sum_{n=1}^3 \ddot{\alpha}_n \left[ 2 \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \frac{\partial \omega_s}{\partial \dot{\alpha}_n} \left( \frac{1}{\rho} I_{res}^{ps} + E_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) \right] = 2 \sum_{p,s=1}^3 \left( \omega_{p,r}^* \omega_s + \omega_p^{(k)} \frac{\partial \omega_s}{\partial \dot{\alpha}_r} \right) \left( \frac{1}{\rho} I_{res}^{ps} \right. \\
 & \left. + E_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) + \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left( \sum_i \dot{a}_i E_{pi}^{1*} \right. \\
 & \left. + \sum_{ij} \dot{a}_i a_j E_{pij}^{2*} + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i a_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) + 2\dot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left( \vec{F}_p^1 + \sum_i a_i \vec{F}_{pi}^2 \right. \\
 & \left. + \sum_{i,j} a_i a_j \vec{F}_{pij}^3 \right) - 2 \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \omega_s \left( \sum_i \dot{a}_i E_{psi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{psij}^3 \right) \\
 & - \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left( \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j E_{pij}^{2*} + 2 \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) \\
 & - 2\dot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left( \sum_i \dot{a}_i \vec{F}_{pi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j \vec{F}_{pij}^3 \right) \\
 & - 2\ddot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left( \vec{F}_p^1 + \sum_i a_i \vec{F}_{pi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \vec{F}_{pij}^3 + \sum_{i,j,k} a_i a_j a_k \vec{F}_{pijk}^4 \right) \\
 & + 2g \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \left[ \left( \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_3 \right) \left( \sum_i a_i \alpha_i^c + Hl^c \right) \right. \\
 & \left. - \left( \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 + \sin \alpha_1 \cos \alpha_3 \right) \left( \sum_i a_i \alpha_i^s + Hl^s \right) \right] \\
 & + \frac{2g}{\rho} (M_r h_r + M_1 h_1) \frac{\partial}{\partial \alpha_r} (\cos \alpha_1 \cos \alpha_2) + \frac{2M_r}{\rho}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

У цій системі рівнянь всі індексні коефіцієнти розраховуються як квадратури від форм коливань вільної поверхні рідини. У роботі [1] наведено, як визначаються коефіцієнти у випадку наявності маятникового підвісу довжини  $l$ . У рівняння також входять маса рідини  $M_l$  і резервуару  $M_r$ , момент інерції резервуару  $I_{res}^{ps}$ , прискорення вільного падіння  $g$ , густина рідини  $\rho$ . Звернемо увагу, що представлена система рівнянь (1)–(2) є системою звичайних диференціальних рівнянь відносно амплітудних параметрів хвильового руху рідини  $a_i$  і кутового руху резервуару  $\alpha_i$ . При цьому система є лінійною відносно інших похідних невідомих. У той же час параметри поступального руху  $\varepsilon_i$  вважаються заданими і рівняння для них відсутні.

### 3 Результати чисельного моделювання

Розглянуто випадок конструкції з рідиною, яка попадає під дію землетрусу. Аналізується три варіанти закріплення резервуару. У звичайному варіанті резервуар рухається поступально разом з корою Землі. Для порівняння з цим випадком розглянуто також закріплення резервуару на маятниковому підвісі – два варіанти  $l = R$  і  $l = 8R$ . Вибір таких довжин маятникового підвісу обумовлений тим, що у діапазоні  $3,08 < l < 5,4R$  відбувається істотна зміна частотних характеристик системи [2]. Для довгих довжин підвісу розташування частот не сильно відрізняється від розташування, яке відповідає системі при поступальному русі. Проте, при коротких довжинах підвісу відбувається не лише значна зміна величин частот, але й зміна їх черговості. Так для коротких підвісів перша антисиметрична форма коливань рідини за значенням частоти вже поступається частотам вільних коливань, які відповідають окружним номерам  $m = 0$  і  $m = 2$ . Відповідно було проведено серію експериментів із визначення частот коливань (а, значить, і кроку чисельного інтегрування), а також специфіки поведінки системи на коротких підвісах. Зауважимо, що зараз переважно виконуються дослідження лише для поступального руху резервуарів з рідиною при сейсмічних навантаженнях [3, 5, 6]. При цьому рух резервуару здійснюється разом з землею корою, і лише в частині публікацій розглядається можливість наявності ковзання [6]. Кутові рухи у таких задачах практично не розглядаються.

Оскільки сейсмічне навантаження за своїм характером представляє собою короткотривале навантаження вібраційного характеру із значним проявом модуляції, було проведено попереднє тестування

алгоритму для одно- та двочастотних сигналів з проявом модуляції (типичним є згасання сигналу) при його високоінтенсивній дії протягом до 20-30 с. Для демонстрації особливостей поведінки системи на маятниковому підвісі для довжин підвісу  $l = R$  і  $l = 8R$ , а також для порівняння для випадку поступального руху було розглянуто задачу при кінематичному збуренні руху земної кори за законом, який було отримано з даних землетрусу на АЕС Фукусіма (<http://www.strongmotioncenter.org>). Для числових розрахунків було також прийнято  $M_r = 0, 2M_l$

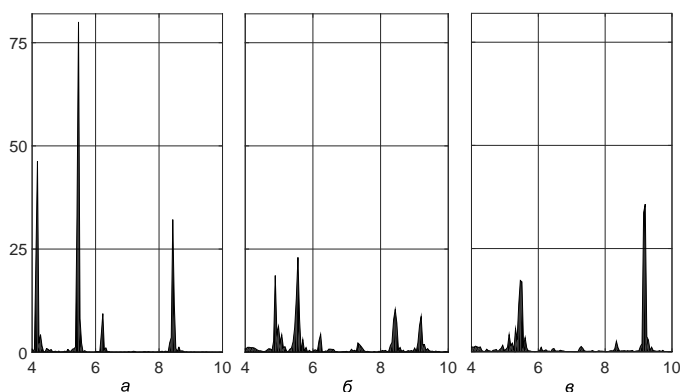


Рис. 1. Спектральний аналіз коливань рідини в резервуарі.

Для аналізу розвитку хвильових процесів у резервуарі приведено графіки спектрального аналізу збурень хвиль на стінках баку. На Рис. 1 приведено варіанти *а* – для поступального руху, *б* – для  $l = R$  і *в* – для  $l = 8R$ . По вісі абсцис відкладено частоту в герцах, по вісі ординат – інтенсивність прояву резонансних властивостей (амплітудна характеристика). Як видно з Рис. 1, найбільші збурення спостерігаються для випадку поступального руху системи, у випадку короткого маятникового підвісу інтенсивність руху рідини найменша. Для довгих маятникових підвісів інтенсивність руху рідини зростає незначно, проте проявляється значно менше варіантів входу в резонанс (менша кількість піків у частотному діапазоні). Зауважимо, що на малюнках приведено лише інтервали зміни частот, де прояв піків є відчутним. Відзначимо також що прояви піків добре узгоджуються із значеннями власних частот коливань рідини у резервуарі при різних способах його закріплення.

Таким чином переваги використання маятничого підвісу є помітними. Проілюструємо це також зміною значень моментної реакції рідини (Рис. 2). На цьому рисунку, а також далі на Рис. 3 і 4 суцільна крива відповідає випадку маятничого підвісу з довжинами  $l = R$  та  $l = 8R$ , а штрихова крива – випадку поступального руху. Саме аналіз силової і моментної взаємодії резервуару з рідиною вказує на більшу доцільність використання маятничого підвісу  $l = 8R$  для підвищення сейсмостійкості конструкції з рідиною.

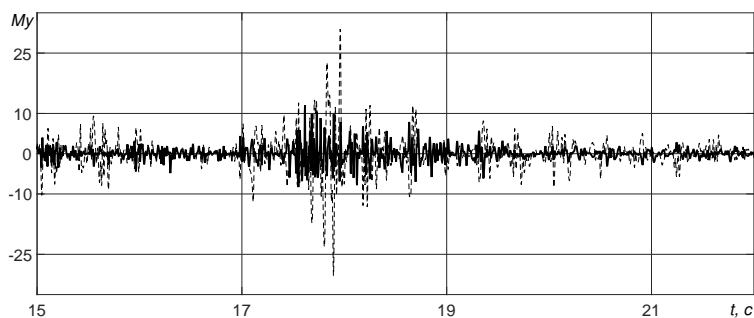


Рис. 2. Моментний відгук рідини на сейсмічну дію.

З Рис. 2 видно, що для поступального руху моментний відгук у 2-2,5 рази більший за відгук у випадку маятничого підвісу. Переваги маятничого підвісу спостерігаються переважно на ділянках високоінтенсивного руху земної кори.

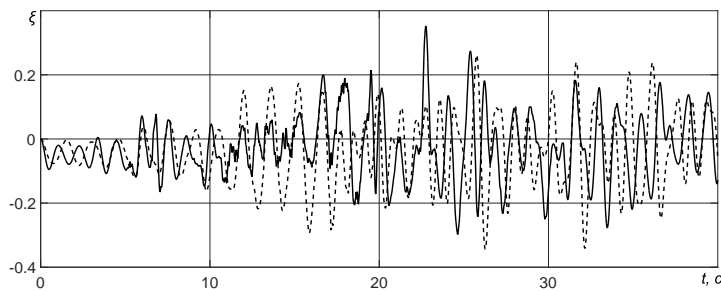


Рис. 3. Збурення вільної поверхні рідини для  $l = R$ .

На Рис. 3 і Рис. 4 приведено зміну в часі збурень вільної поверхні рідини. Рис. 3 відповідає  $l = R$ , а Рис. 4 –  $l = 8R$ . На обох рисунках штрихова лінія відповідає випадку поступального руху резервуару. З рисунків помітно, що збурення вільної поверхні рідини у випадку поступального руху резервуару переважають збурення вільної поверхні рідини у випадку маятникового підвісу.

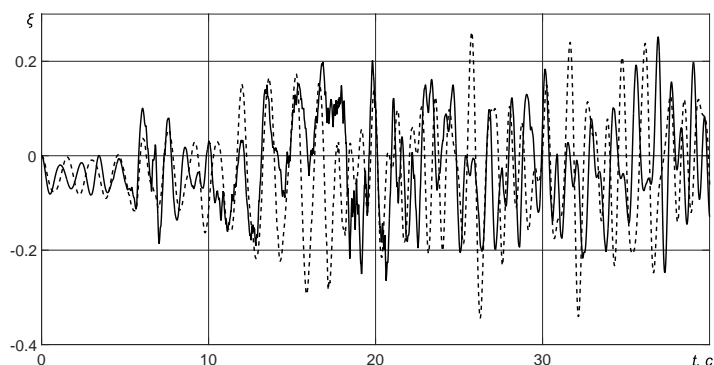


Рис. 4. Збурення вільної поверхні рідини для  $l = 8R$ .

#### 4 Висновки

Розроблена математична модель і алгоритм дослідження нелінійної динаміки сумісного руху резервуару з рідиною з вільною поверхнею були адаптовані для випадку задачі, коли по частині параметрів (параметрів поступального руху конструкції) задано кінематичні збурення, а по параметрах кутового руху розглядається модель сумісного руху складових компонент системи. Така модель орієнтована на дослідження поведінки конструкцій з рідиною в умовах землетрусу. Сейсмічне збурення земної кори представляє собою високоінтенсивний модульований сигнал, що діє на відносно короткому інтервалі часу, тобто сейсмічне збурення являє собою комбінацію імпульсного і вібраційного збурень з достатньо широким спектром частот. Розроблено модель дослідження динаміки такої системи і засоби її якісного і кількісного дослідження. При цьому, головна увага зосереджена на оцінці ефективності використання маятникового підвісу конструкції з рідиною як засобу підвищення сейсмостійкості системи. На прикла-



ді землетрусу АЕС Фукусіми розглянуто ефективність маятникового підвісу в порівнянні з поступальним рухом системи. На основі раніше проведеного дослідження окремо розглядається динаміка системи при коротких і довгих підвісах. Результати чисельного моделювання показали, що в обох випадках довжин маятникового підвісу збурення хвильового руху стає меншим, ніж у випадку поступального руху. Проте, виходячи з аналізу силової взаємодії рідини і конструкції, а також з аналізу спектральних властивостей системи, можна зробити висновок про доцільність використання саме довгих маятникових підвісів як засобу підвищення сейсмостійкості конструкцій з рідиною.

- [1] *Лимарченко О. С., Ясинский В. В.* Нелинейная Динамика Конструкций с Жидкостью. — Киев: НТТУ КПИ, 1997. — 338 с.
- [2] *Лимарченко О. С., Семенович К. О.* Перерозподіл енергії між резервуаром і рідиною при різних способах закріплення резервуару // Нелінійні коливання. — 2016. — т. 19, № 1. — Р. 85–92.
- [3] Cheng X., Yu D., Zhang A., Bao C. Seismic responses of an isolated concrete rectangular liquid-storage structure // Structural Engineering. — 2017.— v. 18, no. 2. — P. 211–223.
- [4] *Faltinsen O., Rognebakke O. F., Timokha A. N.* Transient and steady-state amplitudes of resonant three-dimensional sloshing in a square base tank with a finite fluid depth // Physics of Fluids,— 2006.— 18, 012103 — P. 1–14.
- [5] *Ibrahim R. A.* Liquid sloshing dynamics: theory and applications. — Cambridge University Press. 2005. — 950 p.
- [6] *Ozdemirab Z., Soulib M., Fahjanc Y. M.* Application of nonlinear fluid–structure interaction methods to seismic analysis of anchored and unanchored tanks // Engineering Structures. — 2010. — v. 32, no. 2. — P. 409–423.
- [7] *Pal P.* Sloshing of liquid in partially filled container – an experimental study // Journal of Recent Trends in Engineerings. — 2009.— 1, № 6. — P. 1–5.
- [8] *Zhang C., Li Ya., Meng O.* Fully nonlinear analysis of second-order sloshing resonance in a three-dimensional tank // Computers & Fluids. — 2015.— 116. — P. 88–104.