

## Відділу динаміки та стійкості багатовимірних систем Інституту математики НАН України — 50 років

Відділ створено у 1965 р. на базі структурного підрозділу “лабораторія №1” Інституту математики (до 1976 р. мав назву “відділ сучасних проблем динаміки”). Першим завідувачем відділу (1965 – 1975 рр.) був доктор фіз.-мат. наук, професор С. Ф. Феценко. З 1976 р. відділ очолює академік НАН України І. О. Луковський. До складу відділу входили два структурні підрозділи: лабораторія стійкості керованих систем (1981 – 1996 рр., завідувач Д. Г. Коренівський) і лабораторія математичних проблем механіки деформівних систем (1986 – 1996 рр., завідувач В. А. Троценко).

Склад відділу на даний час: 7 наукових співробітників, серед них 1 академік НАН України, 1 член-кореспондент НАН України, 3 доктори наук, 2 кандидати наук, 1 провідний інженер і 1 інженер першої категорії.

Наукова тематика і основні досягнення відділу в різні періоди його діяльності викладено в аналітичних оглядах:

— Розвиток досліджень математичних проблем механіки в Інституті математики НАН України (1934 рік – перше десятиліття ХХІ сторіччя) / *Самойленко А. М., Луковський І. О., Коренівський Д. Г.* — Київ: Ін-т математики НАН України, 2012. — 109 с.

— Відділу динаміки та стійкості багатовимірних систем Інституту математики НАН України — 40 років / *Луковський І. О., Коренівський Д. Г.* // Проблеми динаміки та стійкості багатовимірних систем: Зб. пр. Ін-ту математики НАН України. — 2005. — 2, 1. — С. 12–27.

— Степан Федорович Феценко (до 100-річчя від дня народження) / *Самойленко А. М., Луковський І. О., Шкіль М. І., Коренівський*

Д. Г. // Проблеми динаміки та стійкості багатовимірних систем: Праці Ін-ту математики НАН України. — 2003. — 47. — С. 9–29.

— Дослідження з динаміки і стійкості ракет в Інституті математики НАН України: 1949 – 1959 рр. / Пустовойтов М. О. // Інститут математики. Нариси розвитку; Редкол.: Боголюбов О. М. (відп. ред.) та ін. — Київ, 1997. — С. 197–207.

Основні напрямки сучасних наукових досліджень відділу:

- розробка нових методів побудови та дослідження математичних моделей динаміки складних систем, які включають в себе рідину з вільною поверхнею;
- розвиток математичної теорії стійкості руху, стабілізації та оптимізації багатовимірних динамічних систем;
- дослідження динаміки оболонок обертання з приєднаними абсолютно твердими тілами.

### Основні наукові досягнення відділу (2005 – 2015)

При математичному моделюванні складних механічних та фізичних об'єктів (систем твердих і пружних тіл з порожнинами, частково заповненими рідиною тощо) та конструюванні високонадійних систем керування такими об'єктами виникає необхідність створення і розвитку нових конструктивних методів дослідження нелінійних задач математичної фізики і механіки. Ці дослідження знайшли своє відображення в науковій тематиці відділу динаміки та стійкості багатовимірних систем протягом всього періоду його існування.

Розвинуто спеціалізовані чисельно-аналітичні методи розв'язування базових крайових задач теорії коливання рідини в баках різної геометричної форми, включаючи й баки із конструктивними елементами (І. О. Луковський, О. М. Тимоха, О. В. Солодун, Ю. В. Троценко, М. Я. Барняк), завдяки чому вдалося узагальнити нелінійний мультимодальний метод аналітичних досліджень немалих вимушених рухів рідини з вільною поверхнею (І. О. Луковський, О. М. Тимоха, О. В. Солодун, Д. В. Овчинников, А. М. Пількевич). Всі отримані теоретичні результати валідовано в якісному і кількісному відношенні шляхом порівняння з експериментальними даними.

Зокрема, для циліндричних резервуарів кругового перерізу побудовано найбільш загальну в рамках асимптотики Моїсєєва–Наріманова нелінійну модальну систему. З використанням тензорного аналізу та комп'ютерної алгебри отримано конкретні нелінійні модальні системи високої розмірності, що можуть описувати комбінаційні (внутрішні) резонанси (І. О. Луковський, О. М. Тимоха, Д. І. Овчинников).

За допомогою одинадцятимодової модальної системи п'ятого порядку малості проведено дослідження усталених режимів руху і їх стійкості в околі основного резонансу. З'ясовано границі застосовності нелінійних систем третього порядку малості (І. О. Луковський, Д. В. Овчинников).

На основі нелінійної п'ятимодової модальної системи, що враховує дисипацію, досліджено проблему силової взаємодії рідини із стінками резервуару та питання стійкості руху системи «тіло-рідина» в околі основного резонансу. З'ясовано питання про вплив в'язкості у кількісному і якісному відношенні на величину головного вектора гідродинамічних сил і на особливості поведінки границь областей стійкості плоских і просторових рухів вільної поверхні рідини у залежності від величин амплітуди і частоти збурюючої сили (І. О. Луковський, А. М. Пількевич).

Побудовано чисельно-аналітичний розв'язок спектральної крайової задачі про власні коливання рідини у циліндричному баці кругового перерізу з кільцевою перегородкою, який враховує сингулярну поведінку власних функцій, а також одержано відповідну нелінійну модальну систему. Досліджено поведінку немалих резонансних рухів рідини від положення перегородки (Ю. В. Троценко, О. М. Тимоха). Для циліндричних баків прямокутного перерізу побудовано адаптивну нелінійну модальну систему, яка дозволяє повністю прокласифікувати усталені режими руху та оцінити вклад вищих власних форм (О. М. Тимоха).

Розвинуто нелінійні модальні методи для задачі про вимушені коливання рідини у прямокутних баках з перфорованою перегородкою, проаналізовано внутрішні резонанси у системі, що породжуються наявністю цієї перегородки (О. М. Тимоха). Для випадку баків у вигляді зрізаних кругових конусів отримано чисельно-аналітичні наближення власних форм коливань рідини, вирази для гідродинамічних коефіцієнтів нелінійної модальної системи та проведена чисельна реалізація для широкого діапазону геометричних та фізичних вхідних

параметрів (*І. О. Луковський, О. В. Солодун*).

Побудовано спеціального типу наближення власних форм коливань (*М. Я. Барняк, О. М. Тимоха*), а також високорозмірні адаптивні та типу Наріманова-Моїсєєва нелінійні модальні системи для випадку сферичного баку, прокласифіковано вимушені резонансні рухи (*О. М. Тимоха*).

Запропоновано та апробовано нову математичну модель теорії лінійних коливань рідини у баках з сильно нахиленими стінками та з деякими типами конструктивних пристроїв. На основі аналізу вільних коливань рідини з новими типами граничних умов на вільній поверхні встановлено деякі властивості потенціалу швидкостей і форми вільної поверхні, які залишалися поза увагою при розв'язуванні задач у рамках класичних гіпотез. Використання цих властивостей при побудові конструктивних методів розв'язування згаданих крайових задач значно підвищує їх ефективність. На основі дев'ятимодової нелінійної математичної моделі у режимі вимушених та вільних коливань вивчено силову взаємодію ідеальної рідини зі стінками рухомого циліндричного резервуару та проведено порівняльний аналіз одержаних результатів з моделями інших розмірностей і експериментальними даними. Сформульовано загальні принципи раціонального вибору неортогональних криволінійних координат та запропоновано формули перетворення тривимірних несиметричних областей в області більш простої геометричної конфігурації. На цій основі здійснено у рімановому просторі формулювання нелінійних крайових задач динаміки обмеженого об'єму рідини у тензорному вигляді та запропоновано варіаційні методи їх розв'язування (*І. О. Луковський*).

Побудовано нову математичну модель нелінійної динаміки левітуючої краплі та розроблено чисельно-аналітичний метод дослідження її руху і стійкості в акустичних полях. Дослідження представляють інтерес для спеціалістів, які займаються створенням безконтактних технологій хімічної та фармацевтичної промисловості, направлених на отримання надчистих матеріалів, наприклад, ліків (*І. О. Луковський, М. О. Чернова*).

Запропоновано метод побудови розв'язків задачі про власні коливання ідеальної рідини у посудинах складної форми. Вводиться поняття кусково-гармонічних функцій, які неперервні в області, а їхні перші частинні похідні можуть терпіти розрив на поверхнях розділу підобластей. Такі функції використовуються в якості координатних для реалізації варіаційного методу. Побудовано систему гармонічних

функцій, які задовольняють умову непротікання на сферичній поверхні, за виключенням верхнього полюса. Побудовано систему гармонічних функцій, які самі або їхні перші похідні терплять розрив в околі кутової точки за межею області. Використання цих функцій в якості координатних при реалізації методу Рітца дало можливість підвищити точність розв'язків на три-чотири порядки. Побудовано систему гармонічних функцій, які задовольняють умову непротікання на сегменті сферичної поверхні. Розроблено аналітичні методи побудови розв'язків задачі гідростатики капілярної рідини у посудинах, які мають форму тіла обертання відносно вертикальної осі. Побудовано розв'язок задачі про визначення динамічних характеристик капілярної рідини у рухомому круговому циліндрі (*М. Я. Барняк*).

Запропоновано варіаційний метод побудови розв'язків задачі про власні коливання фізичного маятника з порожниною частково заповненою рідиною, а також багатопаровою рідиною (*М. Я. Барняк, О. Р. Цебрій*). Розроблено проєкційні методи розв'язування задачі про власні коливання в'язкої рідини у круговій циліндричній порожнині та у напівзаповненій сферичній порожнині (*М. Я. Барняк, О. П. Лещук*).

Запропоновано варіаційно-асимптотичний метод побудови наближених розв'язків для сингулярно-збурених граничних задач. Розроблений на цій основі алгоритм побудови розв'язків для однорідної системи диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами та малим параметром при старшій похідній, що описує вільні коливання пружних оболонок обертання, забезпечує рівномірну збіжність розв'язків як по малому параметру, так і по незалежній змінній. Запропоновано застосування методу Рітца до розв'язування спектральних задач на основі декомпозиції області. Цей підхід базується на побудові узагальненого функціонала Лагранжа, для якого умови спряження є природними граничними умовами. На цій основі розв'язано ряд практично важливих задач для звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь у частинних похідних. Зокрема, отримані результати використані в розрахунках пружних конструкцій з підвісними резервуарами, частково заповненими рідиною (*В. А. Троценко, Ю. В. Троценко*).

За допомогою стохастичних функціоналів Ляпунова–Красовського розроблено алгебраїчний коефіцієнтний критерій асимптотичної стійкості у середньому квадратичному розв'язків систем лінійних диференціально-різницевих рівнянь нейтрального типу із збуреними стохастичним процесом типу білого шуму коефіцієнтами та виявлено фізичний ефект таких збурень — ефект дестабілізації. Розроблено ме-

тод дослідження асимптотичної стійкості розв'язків системи лінійних диференціальних рівнянь типу Іто при збуренні їх коефіцієнтів стохастичним стаціонарним процесом дробно-раціональної спектральної щільності (кольоровим шумом) та гармоніками із стохастичними амплітудами. Розроблено спектральні і алгебраїчні коефіцієнтні критерії асимптотичної стійкості у середньому квадратичному розв'язків систем лінійних різницевих рівнянь при стохастичних (типу дискретного стаціонарного білого шуму) збуреннях їх коефіцієнтів. Критерії сформульовано у термінах лінійних матричних рівнянь типу Сільвестра, які впливають з методу функцій Ляпунова. Отримані критерії асимптотичної і експоненціальної стійкості розв'язків систем істотно нелінійних диференціальних, різницевих і диференціально-різницевих рівнянь запізнювального типу із розподіленими по фазових змінних нелінійностями (*Д. Г. Коренівський*).

Розвинуто теорію позитивних та монотонних динамічних систем у напіворядкованому просторі із застосуванням змінних конусів. Узагальнено відомі методи порівняння диференціальних систем та теореми про стійкість ізольованого стану рівноваги. Розвинуто методику аналізу робастної стійкості заданих сімей диференціальних систем, що описуються у термінах конусних нерівностей. Встановлено критерії експоненціальної стійкості лінійних позитивних систем у термінах позитивно оборотних операторів. Розроблено алгебраїчні методи дослідження стійкості станів рівноваги нелінійних узагальнених монотонних систем на основі лінеаризації та застосуванням похідних по конусу від нелінійних операторів. Встановлено умови позитивності та абсолютної стійкості нелінійних диференціальних систем із запізненням. Розроблено нову методику дослідження та локалізації спектра регулярних матричних поліномів та функцій. Отримано нові критерії стабілізованості по виходу лінійних систем керування за допомогою статичних та динамічних регуляторів. Узагальнено та теоретично обґрунтовано методи квадратичних функцій Ляпунова в задачах робастної стабілізації та оптимізації нелінійних систем керування у векторно-матричній формі (*О. Г. Мазко*).

Встановлено алгебраїчні умови стійкості та позитивності диференціальних та різницевих систем відносно конусів типу кругових, еліпсоїдальних та їх узагальнень. Розвинуто методику побудови інваріантних множин нелінійних систем у вигляді конусних нерівностей. Сформульовано узагальнений принцип порівняння для сім'ї систем, що функціонують у різних просторах. Побудовано нові матричні ме-

тоди аналізу стійкості та алгоритми стабілізації лінійних диференціальних систем другого порядку. Досліджено спектральні властивості гіперболічних пучків матриць та наведено їх застосування у задачах стійкості обертальних механічних систем. Розроблені матричні методи аналізу стійкості та синтезу керування застосовано для типових моделей роторних систем (*О. Г. Мазко, А. М. Алілуйко*).

Розроблено нові конструктивні методи робастної стабілізації руху механічних об'єктів, що описуються системами диференціальних та різницевих рівнянь у векторно-матричній формі. Побудовано умови асимптотичної стійкості та нестійкості лінійних диференціальних систем другого порядку з невизначеними матричними коефіцієнтами. Встановлено алгебраїчні умови робастної абсолютної стійкості лінійних диференціальних систем із запізненням та асимптотичної стійкості у середньому квадратичному стохастичних систем типу Іто з невизначеними коефіцієнтами. Виділено загальний клас лінійних матричних нерівностей з невизначеними коефіцієнтами, виконання яких еквівалентне сумісності скінченної системи матричних нерівностей. Побудовано множини робастної стійкості нульового розв'язку нелінійних диференціальних систем. Розроблені методи дослідження застосовано у задачах стійкості та стабілізації руху механічних систем з невизначеними параметрами (*О. Г. Мазко, В. В. Шрам*).

Розвинуто та узагальнено методи лінійних матричних нерівностей у задачах робастної стійкості та стабілізації неперервних та дискретних систем керування у векторно-матричній формі. На основі узагальнення леми про матричну невизначеність сформульовано достатні умови робастної стійкості стану рівноваги та верхню оцінку квадратичного функціоналу якості нелінійної системи керування з невизначеними функціональними матрицями. Розвинуто методіку робастної стабілізації та оптимізації систем за допомогою динамічних регуляторів та спостережників повного порядку. Розроблено загальні методи робастної стабілізації, побудови спільної функції Ляпунова та оцінки квадратичного функціоналу якості нелінійних механічних систем у формі Лагранжа з невизначеними коефіцієнтами у рівняннях руху та регулятора. Розроблені методи успішно застосовано у середовищі Matlab при розв'язанні задачі робастної стабілізації станів рівноваги таких механічних об'єктів, як одноланковий робот-маніпулятор, маятник на рухомій платформі, маятник з маховиковим керуванням та ін. (*О. Г. Мазко, Л. В. Кур'яничик*).

Запропоновано нові методи побудови статичних та динамічних ре-

гуляторів, що забезпечують асимптотичну стійкість стану рівноваги деякого класу нелінійних систем керування. Для класу лінійних систем з керованими і спостережуваними виходами розроблено алгоритми побудови динамічних регуляторів, що забезпечують верхню оцінку зваженого рівня гасіння вхідних сигналів та робастну стабілізацію відносно заданої множини невизначеностей. При цьому використано критерій якості, що є аналогом  $H_\infty$ -норми передатної матричної функції системи керування (*О. Г. Мазко, С. М. Кусій*).

Проведений повний аналіз методів жорсткого синтезу нелінійних систем стабілізації виявив серед шести методів три конструктивні: методи прямого, простого та прискореного синтезів і реалізована процедура їх оптимізації за квадратичним критерієм узагальненої роботи О. О. Красовського. Досліджена загальна проблема стабілізованості нелінійних динамічних систем, вивчений зв'язок між їх керованістю та стабілізованістю з доведенням відповідних теорем. Запропонована і досліджена процедура жорсткої оптимальної стабілізації спостережників стану нелінійних динамічних систем. Розв'язані задачі оптимальної стабілізації математичного маятника у верхньому нестійкому положенні рівноваги, малогабаритного штучного супутника Землі «Січ-2» та багатоланкового робота-маніпулятора у гіперкомплексних просторах кінематичних параметрів. В області математичної економіки запропонована й досліджена математична модель виробничої діяльності підприємства, керована за зворотним зв'язком (*С. М. Онищенко*).

В теорії гіроскопічних та гіромаятникових систем досліджено сумісний вплив сил дисипації та радіальної корекції. Для систем з інтегральною корекцією доведено теореми, аналогічні до теорем Томпсона-Тета-Четаєва. Досліджено усталений обертальний рух системи шарнірно зв'язаних неоднорідних твердих тіл та вплив на цей рух зовнішньої та внутрішньої дисипації. Встановлено, що із зростанням кутової швидкості обертання виникають положення відносної рівноваги, в яких головна центральна вісь інерції одного з тіл займає вертикальне положення. Запропоновано спосіб фіксації в експерименті такого положення рівноваги (*В. О. Стороженко*).



## Загальна інформація про діяльність відділу (1965 – 2015)

Співробітниками відділу видано 32 монографії, 11 аналітичних оглядів та 21 збірник наукових праць із математичних проблем динаміки та стійкості складних систем.

Через аспірантуру Інституту математики підготовлено 10 докторів і 39 кандидатів наук, а через аспірантуру інших установ — 12 кандидатів наук, 2 з яких згодом стали докторами наук.

Зусиллями співробітників відділу організовано і проведено 2 Все-союзні школи-семінари з динаміки твердих і пружних тіл, що взаємодіють з рідиною (1978 р., Київ–Лютіж, 19.06 – 30.06, 55 учасників; 1982 р., Київ–Димер, 25.07 – 02.08, 124 учасники).

Співробітники відділу отримали 6 Державних премій України в галузі науки і техніки і 3 премії НАН України імені видатних учених. Державну премію СРСР за 1981 р. в складі колективу авторів присуджено М. Є. Темченко (спецтема), Державну премію Української РСР за 1983 р. (в складі групи вчених і конструкторів КБ “Електроприладобудування”, м. Харків) — І. О. Луковському, Д. Г. Коренівському, М. О. Пустовойтову, В. А. Троценку (за цикл досліджень із математичних проблем ракетно-космічної тематики), Державну премію Російської федерації за 1996 р. — В. О. Стороженку, М. Є. Темченко (за цикл досліджень “Вращение твердого тела на струне и смежные задачи”), премію ім. академіка М. К. Янгеля АН УРСР за 1981 р. — І. О. Луковському (за цикл досліджень з прикладної механіки і ракетної техніки), премію ім. академіка М. М. Крилова НАН України за 2001 р. — І. О. Луковському і О. М. Тимосі (за цикл досліджень з математичних проблем аналітичної механіки). І. О. Луковському присвоєно почесне звання “Заслужений діяч науки і техніки України” (2005 р.) та присуджена премія НАН України ім. академіка М. М. Боголюбова за цикл праць “Розробка нових математичних моделей для вивчення динамічних властивостей складних систем” (2006 р.); його нагороджено також орденом “За заслуги” III ступеня, медаллю “За трудову доблесть” та почесною Грамотою Президії Верховної Ради УРСР. Державні премії України у галузі науки і техніки отримали О. Г. Мазко (2008 р., за цикл наукових праць “Нові якісні методи нелінійної механіки та їх застосування для аналізу багаточастотних коливань, стійкості та проблем керування”); О. М. Тимоха (2013 р., за цикл наукових праць “Дискретні та функціональні ме-

тоди теорії наближення та їх застосування”); М. Я. Барняк (2015 р., за цикл наукових праць “Сучасна динаміка матеріалів та елементів конструкцій”).

При відділі працює науковий семінар “Математичні проблеми механіки та обчислювальна математика” (керівники академіки І. О. Луковський і В. Л. Макаров).

### **Кандидати і доктори наук,**

підготовлені у відділі динаміки та стійкості багатовимірних систем

#### **I. Через аспірантуру Інституту математики НАН України**

##### **Кандидати наук:**

1. **Глюхін** Анатолій Георгійович (1963).
2. **Ковтун** Ірина Іванівна (1963).
3. **Луковський** Іван Олександрович (1963).
4. **Стоницький** Анатолій Антонович (1963).
5. **Коренівський** Данило Григорович (1966).
6. **Комаренко** Олександр Никодимович (1967).
7. **Федоренко** Борис Зиновійович (1968).
8. **Пустовойтов** Микола Олексійович (1969).
9. **Барняк** Михайло Якимович (1971).
10. **Бицань** Євген Миколайович (1971).
11. **Троценко** Володимир Антонович (1971).
12. **Жуковський** Олександр Миколайович (1979).
13. **Федоренко** Леонід Григорович (1979).
14. **Мазко** Олексій Григорович (1980).
15. **Пилькевич** Анатолій Михайлович (1980).
16. **Золотенко** Геннадій Федорович (1981).
17. **Березовська** Лариса Михайлівна (1982).
18. **Карпачов** Юрій Андрійович (1982).
19. **Петрик** Олександр Іванович (1984).
20. **Білик** Аркадій Миколайович (1985).
21. **Наумов** Борис Петрович (1986).
22. **Максименко** Андрій Леонідович (1987).
23. **Філіпенко** Федір Миколайович (1987).
24. **Цебрій** Роман Іванович (1987).
25. **Соболевська** Марина Богданівна (1988).
26. **Тимоха** Олександр Миколайович (1988).
27. **Швець** Галина Олександрівна (1989).

28. **Кладинога** Віталій Сергійович (1992).
29. **Михайлюк** Олександр Володимирович (1996).
30. **Барняк** Оксана Михайлівна (1997).
31. **Галіцин** Денис Анатолійович (2001).
32. **Солодун** Олександр Васильович (2002).
33. **Алілуйко** Андрій Миколайович (2008).
34. **Лещук** Олег Петрович (2010).
35. **Цебрій** Олексій Романович (2011).
36. **Богун** Роман Ігоревич (2011).
37. **Шрам** Віталій Вікторович (2012).
38. **Чернова** Марія Олександрівна (2012).
39. **Купріяничик** Людмила Вікторівна (2015).

#### **Доктори наук:**

1. **Луковський** Іван Олександрович (1970).
2. **Карпачов** Юрій Андрійович (1986).
3. **Темченко** Марія Євдокимівна (1986).
4. **Троценко** Володимир Антонович (1986).
5. **Стороженко** Володимир Олександрович (1987).
6. **Коренівський** Данило Григорович (1990).
7. **Лимарченко** Олег Степанович (1990).
8. **Барняк** Михайло Якимович (1991).
9. **Тимоха** Олександр Миколайович (1993).
10. **Мазко** Олексій Григорович (1995).

## **II. Через аспірантуру інших установ**

#### **Кандидати наук:**

1. **Кужій** Андрій Іванович (1956).
2. **Шкіль** Микола Іванович (1958).
3. **Маркуш** Іван Іванович (1960).
4. **Рудаков** Вадим Павлович (1965).
5. **Менько** Яків Петрович (1966).
6. **Коваленко** Олександр Якович (1968).
7. **Мисак** Володимир Васильович (1968).
8. **Сотниченко** Микола Адамович (1972).
9. **Терлецький** Володимир Володимирович (1973).
10. **Зінько** Петро Миколайович (1975).
11. **Домницький** Володимир Миколайович (1979).
12. **Копець** Мирослав Михайлович (1979).

**Доктори наук:**

1. Шкіль Микола Іванович (1968).
2. Маркуш Іван Іванович (1986).

**Монографії і аналітичні огляди,**

опубліковані співробітниками відділу динаміки та стійкості багатовимірних систем

**Монографії:**

1. Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений / *Фещенко С. Ф., Шкіль Н. И., Николенко Л. Д.* — Киев: Наук. думка, 1966. — 252 с.
2. Asymptotic methods in the theory of linear differential equations / *Feshchenko S. F., Shkil' N. I., Nikolenko L. D.* — New York: American Elsevier Publishing Co., Inc., 1967. — xvi+ 270 pp.
3. Расчет динамических характеристик жидкости в подвижных полостях / *Луковский И. А., Троценко В. А., Фещенко С. Ф.* — Киев: Ин-т математики АН УССР, 1968. — 411 с.
4. Методы определения присоединенных масс жидкости в подвижных полостях / *Фещенко С. Ф., Луковский И. А., Рабинович Б. И., Докучаев Л. В.* — Киев: Наук. думка, 1969. — 251 с.
5. Численные методы обработки информации при исследовании динамических систем / *Илюхин А. Г., Коваленко В. П.* — Киев: Наук. думка, 1971. — 176 с.
6. Нелинейные колебания жидкости в сосудах сложной геометрической формы / *Луковский И. А.* — Киев: Наук. думка, 1975. — 136 с.
7. Нелинейная динамика летательного аппарата с жидкостью / *Нариманов Г. С., Докучаев Л. В., Луковский И. А.* — М.: Машиностроение, 1977. — 208 с.
8. Некоторые задачи инерциального управления / *Карпачев Ю. А., Корневский Д. Г.* — Киев: Наук. думка, 1977. — 152 с.
9. Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом / *Фещенко С. Ф., Шкіль Н. И., Пидченко Ю. П., Сотниченко Н. А.* — Киев: Наук. думка, 1981. — 296 с.
10. Устойчивость управляемых систем со случайными параметрами / *Михайличенко А. М., Пустовойтов Н. А., Сухоробрий В. Г.* — Киев: Наук. думка, 1981. — 160 с.

11. Приближенные методы решения задач динамики ограниченного объема жидкости / *Луковский И. А., Барняк М. Я., Комаренко А. Н.* — Киев: Наук. думка, 1984. — 229 с.
12. Взаимодействие тонкостенных упругих элементов с жидкостью в подвижных полостях / *Луковский И. А., Троценко В. А., Усюкин В. И.* — Киев: Наук. думка, 1989. — 240 с.
13. Устойчивость динамических систем при случайных возмущениях параметров. Алгебраические критерии / *Корневский Д. Г.* — Киев: Наук. думка, 1989. — 208 с.
14. Введение в нелинейную динамику твердого тела с полостями, содержащими жидкость / *Луковский И. А.* — Киев: Наук. думка, 1990. — 296 с.
15. Вращение твердого тела на струне и смежные задачи / *Ишлинский А. Ю., Стороженко В. А., Темченко М. Е.* — М.: Наука, 1991. — 332 с.
16. Устойчивость решений детерминированных и стохастических дифференциально-разностных уравнений (алгебраические критерии) / *Корневский Д. Г.* — Киев: Наук. думка, 1992. — 148 с.
17. Вариационные методы в нелинейных задачах динамики ограниченного объема жидкости / *Луковский И. А., Тимоха А. Н.* — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1995. — 400 с.
18. Локализация спектра и устойчивость динамических систем / *Мазко А. Г.* — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1999. — 216 с.
19. Исследование устойчивости сложных механических систем / *Ишлинский А. Ю., Стороженко В. А., Темченко М. Е.* — М.: Наука, 2002. — 302 с.
20. Дестабілізуючий ефект параметричного білого шуму в неперервних та дискретних динамічних системах / *Коренівський Д. Г.* — Київ: Ін-т математики НАН України, 2006.— 112 с.
21. Evolutional Problems of the Contained Fluid / *Gavrilyuk I. P., Lukovsky I. A., Makarov V. M., Timokha A. N.*— Київ: Ін-т математики НАН України, 2006.— 233 с.— (Праці Інституту математики НАН України. Т. 58).
22. Колебания жидкости в подвижных емкостях с перегородками / *Троценко В. А.* — Київ: Ін-т математики НАН України, 2007.— 324 с.— (Праці Інституту математики НАН України. Т. 62).
23. Стационарные движения в задаче определения главных осей инерции неоднородных твердых тел / *Стороженко В. А.*— Київ:

- Ин-т математики НАН України, 2007.— 229 с.— (Праці Інституту математики НАН України. Т. 64).
24. Matrix Equations, Spectral Problems and Stability of Dynamic Systems / *Mazko A. G.* // An international book series “Stability, Oscillations and Optimization of Systems” (Eds. *A. A. Martynyuk, P. Borne and C. Cruz-Hernandez*). Vol. 2. — Cambridge: Cambridge Scientific Publishers Ltd, 2008. — xx + 270 p.
  25. Дестабилизирующий эффект параметрического белого шума в непрерывных и дискретных динамических системах / *Кореневский Д. Г.*— Киев: Академперіодика, 2008. — 128 с.
  26. Sloshing / *Timokha O. M.*— Cambridge: Cambridge University Press, 2009.— 608 p.
  27. Математические модели нелинейной динамики твердых тел с жидкостью / *Луковский И. А.*— Киев: Наук. думка, 2010.— 408 с.
  28. Стійкість розв’язків систем різницевих рівнянь при стохастичних збуреннях їх коефіцієнтів. Алгебраїчні критерії / *Коренівський Д. Г.*— Київ: Ін-т математики НАН України, 2010.— 210 с.— (Праці Інституту математики НАН України. Т. 82).
  29. Розвиток досліджень математичних проблем механіки в Інституті математики НАН України (1934 рік – перше десятиліття XXI сторіччя) / *А. М. Самойленко, І. О. Луковський, Д. Г. Коренівський.*— Київ: Ін-т математики НАН України, 2012.— 109 с.
  30. Sloshing / *Faltinsen O. M., Timokha A. N.*— Beijing: National Defense Industry Press, 2012.— 783 p. (in Chinese)
  31. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений при возмущениях их коэффициентов белым и цветным шумами / *Д. Г. Кореневский.*— Киев: Ин-т математики НАН Украины, 2013.— 222 с.
  32. Nonlinear Dynamics. Mathematical Models for Rigid Bodies with Liquid / *Lukovsky I. A.*— Berlin-Boston: Walter de Gruyter GmbH.— 2015.— xvi+394 p.

#### Аналітичні огляди:

1. Исследования по механике в Институте математики АН УССР за 50 лет / *Кошляков В. Н., Луковский И. А.* // Укр. мат. журн. — 1984. — **36**, 5. — С. 576 – 583.
2. Исследование некоторых движений твёрдого тела / *Иплинский А. Ю, Стороженко В. А., Темченко М. Е.* // Успехи механики

- (Advances in Mechanics, Варшава). — 1989. — **12**, 1. — С. 3 – 49.
3. Динамика быстровращающихся на струне твёрдых тел и некоторые смежные вопросы (Обзор) / *Иплинский А. Ю., Стороженко В. А., Темченко М. Е.* // Прикл. механика. — 1994. — **30**, 8. — С. 3 – 30.
  4. Электромеханические способы инерциального наведения баллистических ракет и космических летательных аппаратов (обзор) / *Корневский Д. Г.* // Интеллектуализация систем обработки информационных сообщений: Сб. научн. трудов под ред. Л. Н. Шлепакова. — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1995. — С. 104 – 126.
  5. Нелинейная теория плескания жидкости в подвижных полостях: классические и неклассические задачи / *Луковский И. А., Тимоха А. Н.* // Вопросы аналитической механики и ее применений: Сб. научн. трудов. Отв. ред. С. М. Онищенко : Праці Ін-ту математики НАН України. — Київ, 1999. — **26**. — С. 169 – 200.
  6. К истории разработки электромеханических способов инерциального наведения баллистических летательных аппаратов / *Корневский Д. Г.* // Известия РАН. Механика твердого тела. — 2000. — № 5. — С. 15 – 24.
  7. Вариационные методы исследования задач динамики твердых тел, несущих жидкие грузы / *Луковский И. А.* // Прикл. механика. — 2004. — **40**, 10. — С. 37 – 77.
  8. Розв'язок математичних проблем механіки в Інституті математики НАН України (кінець 30-х років ХХ століття — перші роки ХХІ століття) / *Луковський І. О., Коренівський Д. Г.* // Бюлетень Україн. мат. товариства. — 2004. — № 15–16. — С. 17 – 37.
  9. Multimodal method in sloshing / *Lukovsky I. A., Timokha A. N.* // Nonlinear oscillations. — 2005. — **18**, 3. — P. 295 – 317.
  10. Novel qualitative methods of nonlinear mechanics and their application to the analysis of multifrequency oscillations, stability and control problems / *Kovalev A. M., Martynuk A. A., Boichuk O. A., Mazko A. G. et al* // Nonlinear Dynamics and Systems Theory. — 2009. — **9**, 2. — P. 117–145.
  11. Steady-State Motions in the Problem on Identifying the Principal Axes of Inertia of Inhomogeneous Solid Bodies (book review) / *Storozhenko V. A.* // Applied and Computational Mathematics. — 2010. — **9**, 2. — P. 267 – 268.

**Збірники наукових праць,**

видані відділом динаміки та стійкості багатовимірних систем

1. Динамика и устойчивость управляемых систем (1977).
2. Динамика и устойчивость механических систем (1980).
3. Аналитические методы исследования динамики и устойчивости сложных систем (1982).
4. Приближенные методы исследования динамики и устойчивости многомерных систем (1983).
5. Численно-аналитические методы исследования динамики и устойчивости сложных систем (1984).
6. Численно-аналитические методы исследования динамики и устойчивости многомерных систем (1985).
7. Прямые методы в задачах динамики и устойчивости многомерных систем (1986).
8. Прикладные задачи динамики и устойчивости многомерных систем (1987).
9. Математическое моделирование динамических процессов в системах тел с жидкостью (1988).
10. Устойчивость движения твердых тел и деформируемых систем (1989).
11. Моделирование динамических процессов взаимодействия в системах тел с жидкостью (1990).
12. Проблемы динамики и устойчивости многомерных систем (1991).
13. Математические методы исследования прикладных задач динамики тел, несущих жидкость (1992).
14. Проблеми динаміки та стійкості багатовимірних систем (2003).
15. Проблеми динаміки та стійкості багатовимірних систем (2005).
16. Проблеми динаміки та стійкості багатовимірних систем (2007).
17. Проблеми динаміки та стійкості багатовимірних систем (2009).
18. Проблеми динаміки та стійкості багатовимірних систем (2011).
19. Проблеми динаміки та стійкості багатовимірних систем (2013).
20. Математичні проблеми механіки та обчислювальної математики (2014).
21. Математичні проблеми механіки та обчислювальної математики (2015).

*І. О. Луковський, О. Г. Мазко*